

MATURZYSTO!

Zanim zasiądziesz do zadań maturalnych,
rozwiąż równania i nierówności różnego typu
z jedną niewiadomą.

Rozwiąż je samodzielnie,
a potem, jeśli chcesz, sprawdź rozwiązania i porównaj wyniki.

Powodzenia!

Zadania powtórzeniowe przygotowała:
mgr Dorota Nawrocka
nauczyciel matematyki
Zespołu Szkół Technicznych i Ogólnokształcących
we Wrześni.

Część I

Rozwiąż równania i nierówności:

1. $7x - 3(x + 1)^2 = -3(x - 1)^2 + 3x - 1$

2. $(x - 2)(x + 2) = 4(x - 1)^2 - 3x^2 + 3x + 2$

3. $(3x - 2)(3x + 2) + (4x + 2)^2 \geq (5x + 3)(5x - 3) + 25$

4. $(x + 1)^3 - (x + 2)^3 = -3x(x + 2)$

5. $\frac{x}{2} + \frac{x + 1}{7} < x + 2$

6. $\frac{x - 3}{4} - \frac{x - 3}{3} \leq \frac{x - 5}{2} - \frac{x - 4}{6}$

7. $|x + 3| = 6$

8. $|x - 1| + |x + 2| = |x|$

9. $|x + 3| - 2 \geq 4$

10. $2x + |x - 1| \leq 2 - |x + 2|$

Rozwiązania:

Zadanie 1.

$$7x - 3(x + 1)^2 = -3(x - 1)^2 + 3x - 1$$

$$7x - 3(x^2 + 2x + 1) = -3(x^2 - 2x + 1) + 3x - 1$$

$$7x - 3x^2 - 6x - 3 = -3x^2 + 6x - 3 + 3x - 1$$

$$x - 3x^2 - 3 + 3x^2 - 9x + 4 = 0$$

$$-8x + 1 = 0$$

$$-8x = -1 \quad | : (-8)$$

$$x = \frac{1}{8}$$

Zadanie 2.

$$(x - 2)(x + 2) = 4(x - 1)^2 - 3x^2 + 3x + 2$$

$$x^2 - 4 = 4(x^2 - 2x + 1) - 3x^2 + 3x + 2$$

$$x^2 - 4 - 4x^2 + 8x - 4 + 3x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$5x - 10 = 0$$

$$5x = 10 \quad | : 5$$

$$x = 2$$

Zadanie 3.

$$(3x - 2)(3x + 2) + (4x + 2)^2 \geq (5x + 3)(5x - 3) + 25$$

$$9x^2 - 4 + 16x^2 + 16x + 4 \geq 25x^2 - 9 + 25$$

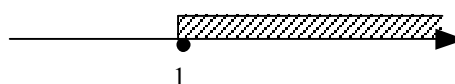
$$25x^2 + 16x - 25x^2 - 16 \geq 0$$

$$16x - 16 \geq 0$$

$$16x \geq 16$$

$$x \geq 1$$

$$\text{Odp. } x \in [1, \infty)$$



Zadanie 4.

$$(x+1)^3 - (x+2)^3 = -3x(x+2)$$

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - (x^3 + 6x^2 + 12x + 8) = -3x^2 - 6x$$

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 - 6x^2 - 12x - 8 + 3x^2 + 6x = 0$$

$$-3x - 7 = 0$$

$$-3x = 7$$

$$x = -\frac{7}{3}$$

$$x = -2\frac{1}{2}$$

Zadanie 5.

$$\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} < x+2 \quad | \cdot 14$$

$$7x + 2(x+1) < 14(x+2)$$

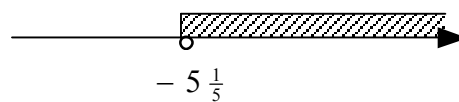
$$7x + 2x + 2 < 14x + 28$$

$$9x - 14x < 28 - 2$$

$$-5x < 26 \quad | : (-5)$$

$$x > -\frac{26}{5}$$

$$x > -5\frac{1}{5}$$



Odp. $x \in (-5\frac{1}{5}, \infty)$

Zadanie 6.

$$\frac{x-3}{4} - \frac{x-3}{3} \leq \frac{x-5}{2} - \frac{x-4}{6} \quad | \cdot 12$$

$$3(x-3) - 4(x-3) \leq 6(x-5) - 2(x-4)$$

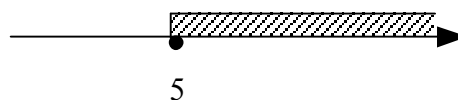
$$3x - 9 - 4x + 12 \leq 6x - 30 - 2x + 8$$

$$-x + 3 \leq 4x - 22$$

$$-x - 4x \leq -3 - 22$$

$$-5x \leq -25 \quad | : (-5)$$

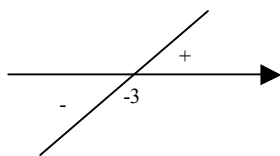
$$x \geq 5$$



Odp. $x \in [5, \infty)$

Zadanie 7.

$$|x + 3| = 6$$



Ze względu na wartość bezwzględną po lewej stronie znaku równości należy rozpatrzeć dwa przypadki:

$$1. x \in (-\infty, -3)$$

$$-x - 3 = 6$$

$$-x = 9$$

$$x = -9 \in (-\infty, -3)$$

$$2. x \in [-3, \infty)$$

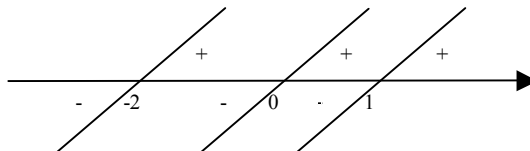
$$x + 3 = 6$$

$$x = 3 \in [-3, \infty)$$

Odpowiedź: $x = -9$ lub $x = 3$.

Zadanie 8.

$$|x - 1| + |x + 2| = |x|$$



Ze względu na wartości bezwzględne w powyższym równaniu, należy rozpatrzeć cztery przypadki:

$$1. x \in (-\infty, -2)$$

$$-(x - 1) - (x + 2) = -x$$

$$-x + 1 - x - 2 + x = 0$$

$$-x = 1$$

$$x = -1 \notin (-\infty, -2)$$

$$2. x \in [-2, 0)$$

$$-(x - 1) + (x + 2) = -x$$

$$-x + 1 + x + 2 + x = 0$$

$$x = -3 \notin [-2, 0)$$

$$3. x \in [0, 1)$$

$$-(x - 1) + (x + 2) = x$$

$$-x + 1 + x + 2 - x = 0$$

$$-x = -3$$

$$x = 3 \notin [0, 1)$$

$$4. x \in [1, \infty)$$

$$(x - 1) + (x + 2) = x$$

$$x - 1 + x + 2 - x = 0$$

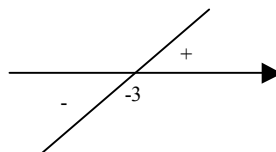
$$x + 1 = 0$$

$$x = -1 \notin [1, \infty)$$

Odp. Równanie nie posiada rozwiązań.

Zadanie 9.

$$|x + 3| - 2 \geq 4$$



Ze względu na wartość bezwzględną po lewej stronie nierówności należy rozpatrzeć dwa przypadki:

1. $x \in (-\infty, -3)$

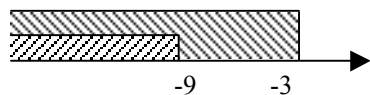
$$-(x + 3) - 2 \geq 4$$

$$-x - 3 - 2 - 4 \geq 0$$

$$-x - 9 \geq 0$$

$$-x \geq 9$$

$$x \leq -9$$



$$x \in (-\infty, -9]$$

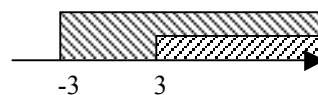
2. $x \in [-3, \infty)$

$$(x + 3) - 2 \geq 4$$

$$x + 3 - 2 - 4 \geq 0$$

$$x - 3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

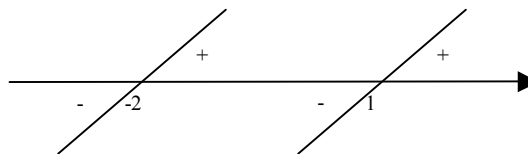


$$x \in [3, \infty)$$

$$\text{Odp. } x \in (-\infty, -9] \cup [3, \infty)$$

Zadanie 10.

$$2x + |x - 1| \leq 2 - |x + 2|$$



Ze względu na wartości bezwzględne w powyższej nierówności należy rozpatrzeć trzy przypadki:

1. $x \in (-\infty, -2)$

$$2x - (x - 1) \leq 2 + (x + 2)$$

$$2x - x + 1 \leq 2 + x + 2$$

$$x + 1 - x \leq 4$$

$$0 \leq 3, \text{zawsze prawda}$$

tzn. $x \in (-\infty, -2)$

2. $x \in [-2, 1)$

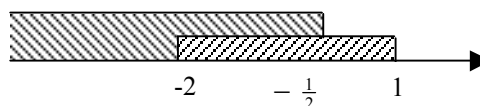
$$2x - (x - 1) \leq 2 - (x + 2)$$

$$2x - x + 1 \leq 2 - x - 2$$

$$x + 1 + x \leq 0$$

$$2x \leq -1$$

$$x \leq -\frac{1}{2}$$



tzn. $x \in [-2, 1) \cap (-\infty, -\frac{1}{2}] = [-2, -\frac{1}{2}]$

3. $x \in [1, \infty)$

$$2x + (x - 1) \leq 2 - (x + 2)$$

$$2x + x - 1 \leq 2 - x - 2$$

$$3x - 1 + x \leq 0$$

$$4x \leq 1$$

$$x \leq \frac{1}{4}$$



tzn. $x \in [1, \infty) \cap (-\infty, \frac{1}{4}] = \emptyset$

Odp. $x \in (-\infty, -2) \cup [-2, -\frac{1}{2}] = (-\infty, -\frac{1}{2}]$